

# STATISTIČKI TESTOVI

*doc.dr.sc. Vesna Ilakovac*

*Katedra za biofiziku, medicinsku statistiku i medicinsku informatiku*

*Medicinski fakultet Osijek*

PDDS MOLBIO

1

“The duration of surgery and anesthesia was longer in the hypertension group ( $P = 0.009$  and  $P = 0.043$ , respectively), and so was the intraoperative use of nitrates ( $P = 0.047$ ).”

“The addicts perceived their mothers as more rejecting ( $p=0.018$  for total score), more aggressive ( $p=0.007$ ), and showing more undifferentiated rejection ( $p=0.001$ ) than non-addicts.”

“Severely dependent patients had a longer duration of the disease ( $p<0.001$ ) and a longer duration of stay at a nursing home ( $p=0.001$ ) than mildly dependent patients.”

PDDS MOLBIO

2

“The duration of surgery and anesthesia was longer in the hypertension group ( $P = 0.009$  and  $P = 0.043$ , respectively), and so was the intraoperative use of nitrates ( $P = 0.047$ ).”

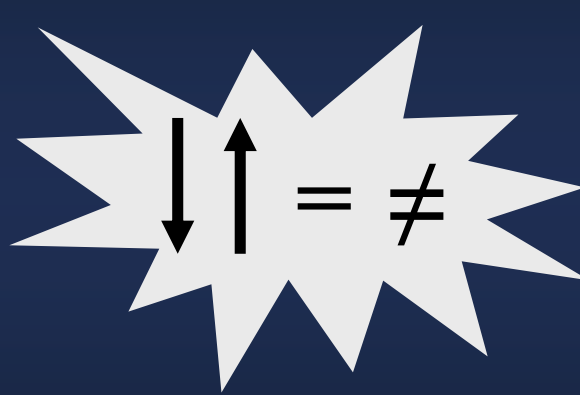
“The addicts perceived their mothers as more rejecting ( $p=0.018$  for total score), more aggressive ( $p=0.007$ ), and showing more undifferentiated rejection ( $p=0.001$ ) than non-addicts.”

“Severely dependent patients had a longer duration of the disease ( $p<0.001$ ) and a longer duration of stay at a nursing home ( $p=0.001$ ) than mildly dependent patients.”

## STATISTIČKI TEST

- postupak pomoću kojeg se dolazi do odluke o prihvatanju ili odbacivanju statističke hipoteze uz određenu vjerojatnost

# HIPOTEZA ISTRAŽIVANJA



# STATISTIČKA HIPOTEZA

## HIPOTEZA ISTRAŽIVANJA

- pretpostavka (slutnja) o nekoj populaciji/populacijama koja motivira istraživanje

- medicinske sestre/tehničari mlađih dobnih skupina imaju pozitivniji stav prema uvođenju IT u odnosu na medicinske sestre/tehničare starijih dobnih skupina
- oboljeli od KOBP uključeni u XY program rehabilitacije imaju veće funkcionalne sposobnosti od bolesnika na standardnom tretmanu KOBP
- osobe oboljele od dijabetesa imaju povišen sistolički tlak

## STATISTIČKA HIPOTEZA

- izjava (tvrdnja) o nekoj karakteristici (parametru) populacije
- izvodi se iz hipoteze istraživanja
- matematički oblikovana

## STATISTIČKA HIPOTEZA ..... cont.

- može se vrjednovati odgovarajućim statističkim postupcima
- prihvaćamo ju ili odbacujemo na osnovu informacija dobivenih iz podataka prikupljenih na uzorku.

## STATISTIČKI TEST

**NUL-HIPOTEZA**  
**( $H_0$ )**

**ALTERNATIVNA  
HIPOTEZA**  
**( $H_1$ )**

## NUL-HIPOTEZA

- polazna hipoteza koja se testira
- "hipoteza o nepostojanju razlike"

$$H_0 \dots \mu_1 = \mu_2$$

## ALTERNATIVNA HIPOTEZA

- negacija nul-hipoteze

$$H_1 \dots \mu_1 \neq \mu_2$$

## POSTUPAK:

POSTAVLJANJE NUL-HIPOTEZE  
I  
ALTERNATIVNE HIPOTEZE

PRIKUPLJANJE  
PODATAKA

TESTIRANJE

DONOŠENJE ODLUKE

## POSTAVLJANJE NUL- HIPOTEZE I ALTERNATIVNE HIPOTEZE

- odnose se na neki parametar populacije (sredina, varijanca,...)
- zajedno, moraju obuhvatiti sve moguće odnose promatranih parametara

npr.

$$H_0 \dots \mu_1 = \mu_2$$

⇒ parametri populacija iz kojih su uzorci uzeti su jednaki

⇒ uzorci pripadaju istoj populaciji

$$H_1 \dots \mu_1 \neq \mu_2$$

## TESTIRANJE

- izračunavanje odgovarajuće test-statistike

$$\text{test statistika} = \frac{\text{opažena vrijednost} - \text{hipotetska vrijednost}}{\text{standardna pogreška opažene vrijednosti}}$$

npr.

$$\text{test statistika} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

uz  $H_0 \dots \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$

$$\text{test statistika} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

## — određivanje P-vrijednosti

razdioba vjerojatnosti  
test statistike

P-vrijednost

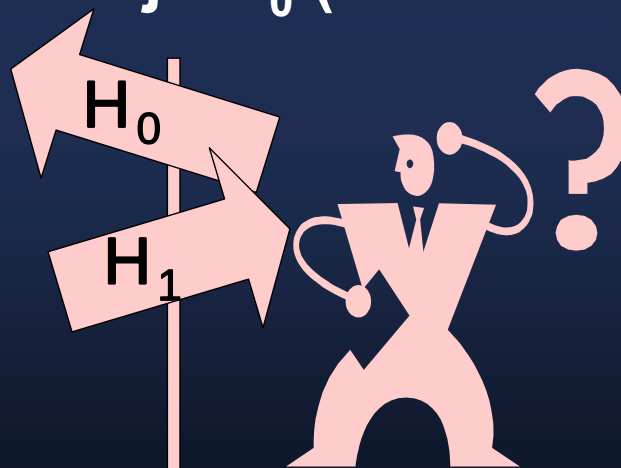
vrijednost test statistike  
za dane podatke

# ŠTO JE P-VRIJEDNOST?

- NIJE vjerojatnost istinitosti nul-hipoteze (iako je vrlo slično)
- JESTE vjerojatnost dobivanja istih ili ekstremnijih rezultata kada je nul-hipoteza istinita

# DONOŠENJE ODLUKE

o odbacivanju  $H_0$  (prihvaćanju  $H_1$ )  
ili  
prihvaćanju  $H_0$  (odbacivanju  $H_1$ )



## POGRJEŠKE PRI ODLUČIVANJU

|        |                | STVARNO STANJE                   |                                 |
|--------|----------------|----------------------------------|---------------------------------|
|        |                | $H_0$ točna                      | $H_1$ točna                     |
| ODLUKA | PRIHVATI $H_0$ | ISPRAVNO                         | POGRJEŠKA<br>TIPA 2 ( $\beta$ ) |
|        | ODBACI $H_0$   | POGRJEŠKA<br>TIPA 1 ( $\alpha$ ) | ISPRAVNO                        |

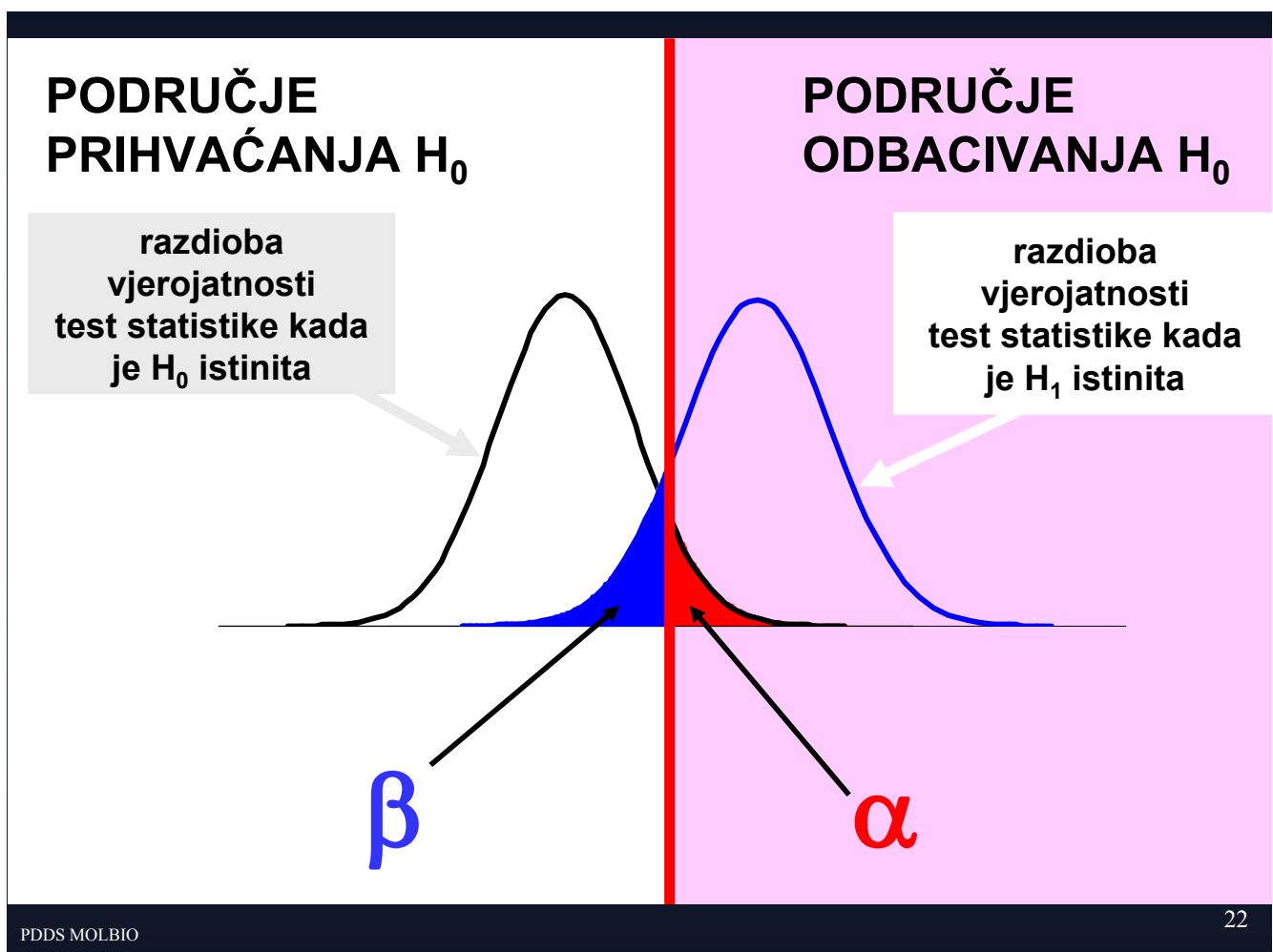
## VJEROJATNOSTI POGRJEŠKE

### Najveća vjerojatnost pogreške tipa 1 ( $\alpha$ )

- *razina značajnosti*
- najmanja vjerojatnost uz koju još prihvaćamo  $H_0$
- kada je  $P < \alpha$ , test sugerira odbacivanje  $H_0$  ("statistički značajno")
- određuje ju istraživač na temelju modela pokusa

## Najveća vjerojatnost pogreške tipa 2 (b)

- djelomično je pod kontrolom
- ovisi o:
  - stvarnom stanju u populaciji (varijabilitet)
  - efektu od interesa
  - razini značajnosti  $\alpha$
- $\alpha$  i  $\beta$  su inverzno povezane (ali ne direktno)



# ODABIR NIVOA ZNAČAJNOSTI

## Pitanje štetnih posljedica pogreške:

1. Odluka/zaključak da razlike postoje  
onda kada ih u stvarnosti nema može  
prouzročiti štetne posljedice =>  
***smanjiti vjerojatnost nastajanja  
pogreške tipa 1, tj. odabrati manji  $\alpha$***

## ODABIR NIVOA ZNAČAJNOSTI ....cont.

2. Odluka/zaključak da nema razlike onda  
kada u stvarnosti razlika postoji može  
prouzročiti štetne posljedice =>  
***smanjiti vjerojatnost pogreške tipa  
2, tj. odabrati veći  $\alpha$***

Ispitivanja lijeka X pokazala su da njegovo korištenje izaziva vrlo štetne posljedice te je lijek X povučen iz uporabe. Ispitan je novi alternativni lijek Y i ustanovljeno je smanjenje štetnog utjecaja u odnosu na lijek X. Koju razinu značajnosti treba upotrijebiti za ocjenu značajnosti smanjenja štetnog utjecaja lijeka Y u odnosu na lijek X?

**STVARNO  
STANJE:** Oba  
lijeka jednako su  
štetna.

**ODLUKA:** Lijek  
Y ima manje  
štetne posljedice  
od lijeka X.

 $\alpha$ 

**STVARNO  
STANJE:** Lijek Y  
manje je štetan od  
lijeka X.

**ODLUKA:** Lijek  
Y ima jednako  
štetne posljedice  
kao i lijek X.

 $\beta$

**STVARNO  
STANJE:** Oba  
lijeka jednako su  
štetna.

**ODLUKA:** Lijek  
Y ima manje  
štetne posljedice  
od lijeka X.

$\alpha$

**STVARNO  
STANJE:** Lijek Y  
manje je štetan od  
lijeka X.

**ODLUKA:** Lijek  
Y ima jednako  
štetne posljedice  
kao i lijek X.

$\beta$

Na slučajnom uzorku vozača ispitivan je utjecaj alkohola na vrijeme reagiranja. Mjerenja vremena reakcije prije i nakon konzumacije određene količine alkohola pokazala su prosječno povećanje vremena reakcije nakon konzumacije alkohola. Koju razinu značajnosti treba upotrijebiti za ocjenu značajnosti pronađene razlike?

**STVARNO  
STANJE:**  
Alkohol ne utječe  
na vrijeme  
reakcije.

**ODLUKA:**  
Alkohol  
produljuje  
vrijeme reakcije

$\alpha$

**STVARNO  
STANJE:**  
Alkohol  
produljuje  
vrijeme reakcije.

**ODLUKA:**  
Alkohol ne utječe  
na vrijeme  
reakcije.

$\beta$

**STVARNO  
STANJE:**  
Alkohol ne utječe  
na vrijeme  
reakcije.

**ODLUKA:**  
Alkohol  
produljuje  
vrijeme reakcije

$\alpha$

**STVARNO  
STANJE:**  
Alkohol  
produljuje  
vrijeme reakcije.

**ODLUKA:**  
Alkohol ne utječe  
na vrijeme  
reakcije.

$\beta$

## POSTAVKE DIZAJNA

- općenito testove treba dizajnirati tako da imaju

$$\beta \geq \alpha$$

a gdje je odabrani  $\beta$  0.2 ili 0.1

- izraz

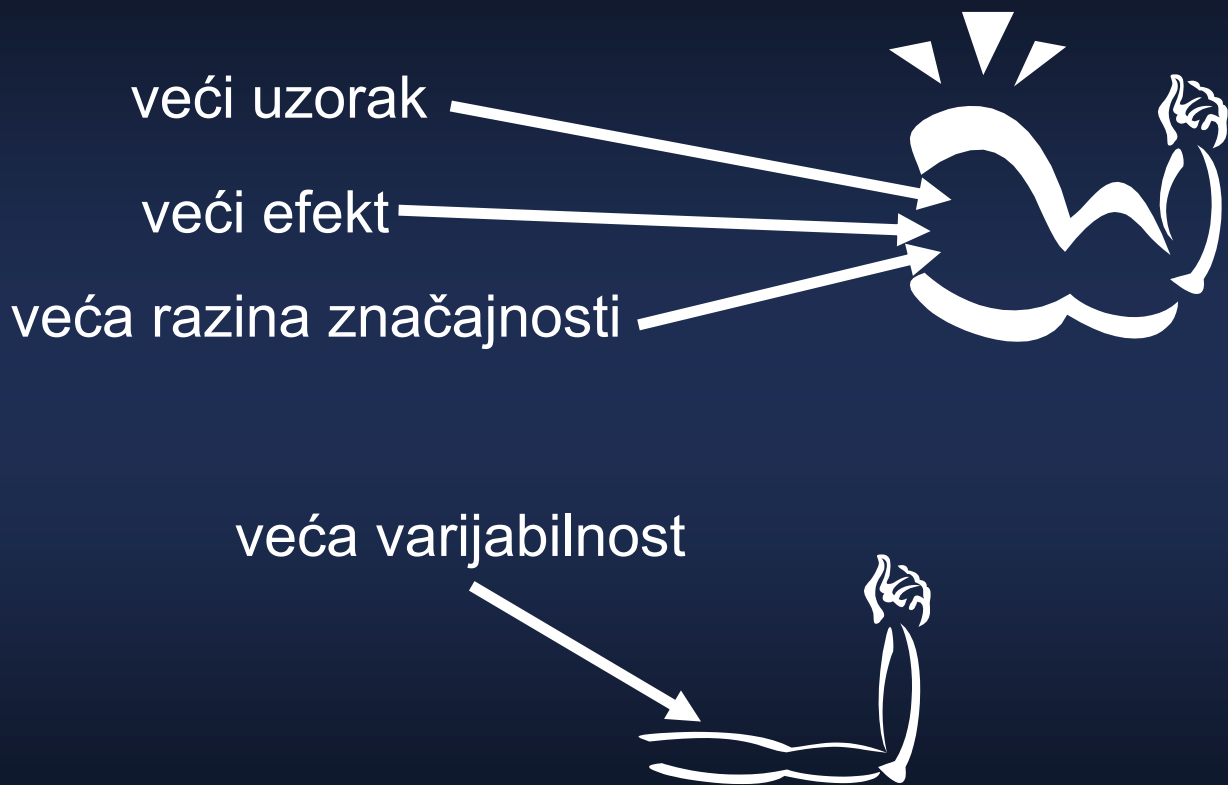
$$100 \cdot (1 - \beta) \%$$

naziva se (*statistička*) **SNAGA TESTA**

## SNAGA TESTA

- šansa da se detektira određena alternativna hipoteza kada je stvarno točna
- **NEETIČNO** je (a i skupo!) raditi istraživanja male snage !

# ŠTO I KAKO UTJEČE NA SNAGU TESTA



**Statistička značajnost**

**NIJE isto što i**

**praktična važnost!**

# JEDNOSMJERNO I DVOSMJERNO TESTIRANJE

## Jednosmjerno testiranje

- promjena u jednom smjeru (npr. povećanje ili smanjenje)

$$H_0: \mu \leq 16 \quad ; H_1: \mu > 16$$

## Dvosmjerno testiranje

- promjena u bilo kojem smjeru

$$H_0: \mu = 0 \quad ; H_1: \mu \neq 0$$

*Testiranje bi trebalo biti dvosmjerno, osim ako istraživanje posebno ne zahtijeva da se promjene usmjere u određenom smjeru UNAPRIJED!*

## VIŠESTRUKA TESTIRANJA

- valjanost se smanjuje višestrukim testiranjem

Usporedba težinu triju različitih skupina ispitanika podvrgnutih različitim tretmanima;

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \quad \text{**nul-hipoteza**}$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$H_2: \mu_1 \neq \mu_3$$

$$H_3: \mu_2 \neq \mu_3$$

**alternativne  
hipoteze**

(za k eksperimentalnih grupa moguće je izvršiti  $k(k-1)/2$  ovakvih usporedbi)

- razina značajnosti  $\alpha$  može se izraziti kao

vjerojatnost (odbacivanje  $H_0$  kada je  $H_0$  točna)  
odnosno

**1 – vjerojatnost (NE odbacivanje  $H_0$  kada je  $H_0$  točna)**

*tj.*

$$1 - (1 - \alpha)$$

- u slučaju višestrukih ( $r$ ) testova to postaje

***1 – vjerojatnost (NE odbacivanje SVIH  $H_0$  kada su SVE  $H_0$  točne)***

odnosno

$$1 - (1 - \alpha)^r$$

## VIŠESTRUKA TESTIRANJA ....cont.

- ako je  $\alpha = 0.05$ , tada je razina značajnosti za  $r$  višestrukih testova

| r          | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 10    | 15    | 20    |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\alpha_r$ | 0.050 | 0.098 | 0.143 | 0.185 | 0.226 | 0.401 | 0.537 | 0.642 |

**Koliko slučajno značajnih rezultata očekujemo na 20 učinjenih višestrukih testova ako su sve nul-hipoteze istinite uz  $\alpha = 0.05$ ?**

**U slučaju da su sve nul-hipoteze istinite, uz  $\alpha=0.05$  očekujemo 5% značajnih rezultata slučajno => za 20 testova to je 1, tj. očekujemo 1 značajan rezultat kao posljedicu SLUČAJNOSTI !**

## ● rješenje:

- prilagodba P-vrijednosti u cilju održavanja općeg nivoa značajnosti (Bonferroni, Sidak, Hochberg...)
- primjena složenijih metoda analize (npr. ANOVA, multivarijatne metode)

## ● Bonferroni metoda

- za r nezavisnih testova

$$P_{\text{corr}} = P \cdot r$$

★ npr. za tri nezavisna testa

$$H_1: \mu_1 = \mu_2 ; \quad P = 0.017; \quad P_{\text{corr}} = 0.051$$

$$H_2: \mu_1 = \mu_3 ; \quad P = 0.025 ; \quad P_{\text{corr}} = 0.075$$

$$H_3: \mu_2 = \mu_3 ; \quad P = 0.063 ; \quad P_{\text{corr}} = 0.189$$

**AKO MUČITE PODATKE  
DOVOLJNO DUGO  
ONI ĆE NAPOSLIJETKU  
PRIZNATI !!!**

## **IZBOR STATISTIČKOG TESTA**

**Ne ovisi u velikoj mjeri o veličini uzorka nego:**

- **prirodi (tipu i raspodjeli) varijabli**
- **broju uzoraka (1, 2 ili više)**
- **jesu li su uzorci zavisni ili ne**

|                               |           | VARIJABLA                                   |                                                                   |                                        |
|-------------------------------|-----------|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| BROJ UZORAKA                  |           | NOMINALNA                                   | ORDINALNA ILI<br>NUMERIČKA KOJA<br>NIJE NORMALNO<br>DISTRIBUIRANA | NUMERIČKA<br>NORMALNO<br>DISTRIBUIRANA |
| JEDAN                         |           | $\chi^2$ -test                              | Kolmogorov-Smirnov<br>test                                        | t-test                                 |
| DVA                           | NEZAVISNI | $\chi^2$ -test<br>Fisherov egzaktni<br>test | Mann-Whitney U test<br>Medijan test                               | Studentov t-test                       |
|                               | ZAVISNI   | McNemarov test                              | Wilcoxonov test                                                   | t-test diff.                           |
| VIŠE OD 2                     | NEZAVISNI | $\chi^2$ -test                              | Kruskall-Wallis test                                              | ANOVA                                  |
|                               | ZAVISNI   | Cochran Q<br>Stuart-Maxwell                 | Friedmanov test                                                   | ANOVA za<br>ponavljana mjerenja        |
| POVEZANOST DVIJU<br>VARIJABLI |           | Koef. kontingencije<br>Kappa koef.          | Spermanov $\rho$<br>Kendalov $\tau$                               | Pearsonov r                            |

## POSTAVLJANJE $H_0$ i $H_1$

izbor  $\alpha$  i  $(1-\beta)$

određivanje veličine uzorka **POTREBNE**  
da se uz ODABRANE  $\alpha$  i  $(1-\beta)$   
detektira **ŽELJENI** efekt

prikupljanje primjerenih podataka

izbor odgovarajućeg testa

računanje test statistike

određivanje odgovarajuće P-vrijednosti

**DONOŠENJE ODLUKE - TUMAČENJE**